

Circuiti magnetici

□ I problemi che si considerano nello studio dei circuiti magnetici sono classificabili in due categorie:

1) Problemi di sintesi: assegnato un valore del flusso da realizzare in una certa regione, determinare la forza magnetomotrice necessaria.

2) Problemi di analisi: nota la f.m.m., determinare il flusso da essa prodotto.



Circuiti magnetici

- ❑ A causa della non linearità dei materiali i due problemi non sono in generale risolvibili con metodi analitici.
- ❑ Si deve ricorrere a soluzioni grafiche o numeriche (di tipo iterativo).



Scopi del progetto di un circuito magnetico

Si vuole determinare:

- la f.m.m. necessaria per stabilire il flusso di induzione magnetica richiesto;
- le sezioni e le lunghezze dei diversi tratti in serie;
- il flusso disperso;
- il peso del materiale ferromagnetico necessario;

Inoltre:

- nel caso di presenza di flusso variabile nel tempo determinare le perdite nel materiale ferromagnetico.

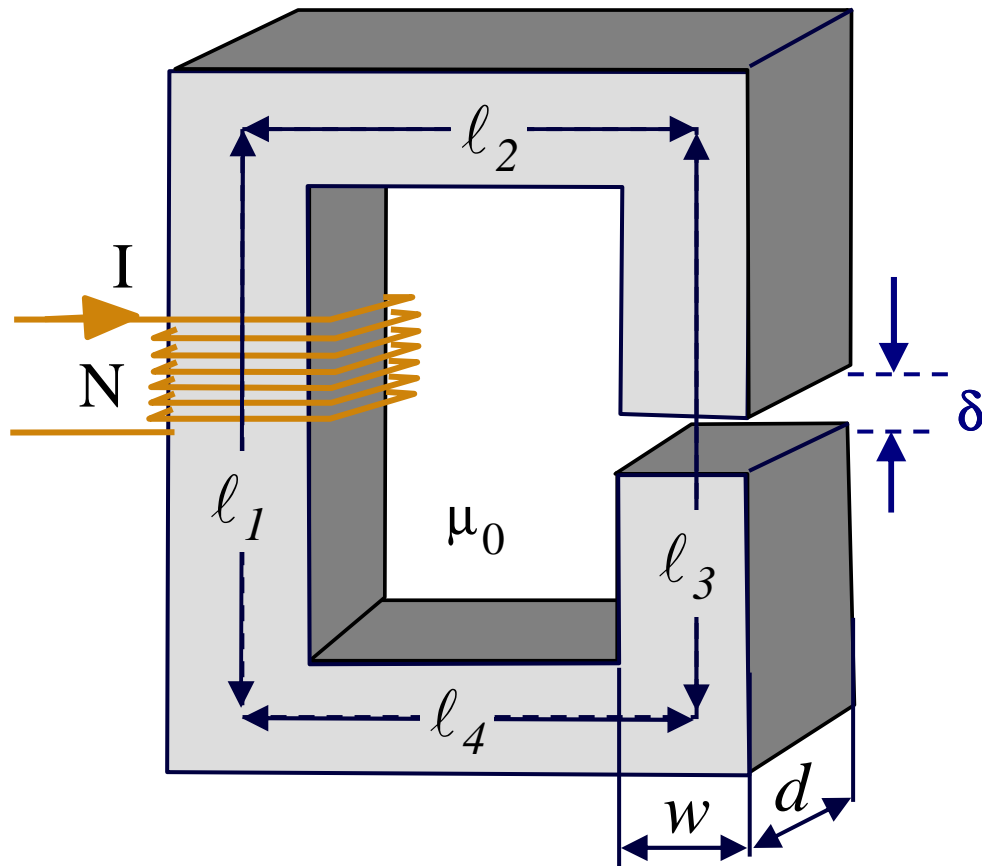


Dimensioni e peso del circuito magnetico

- Se si suppone che il circuito magnetico sia un tubo di flusso, si ha che questo è costante in tutti i tratti del circuito stesso.
- Si suddivide il circuito in tratti nei quali l'induzione possa essere considerata costante o con andamento noto.

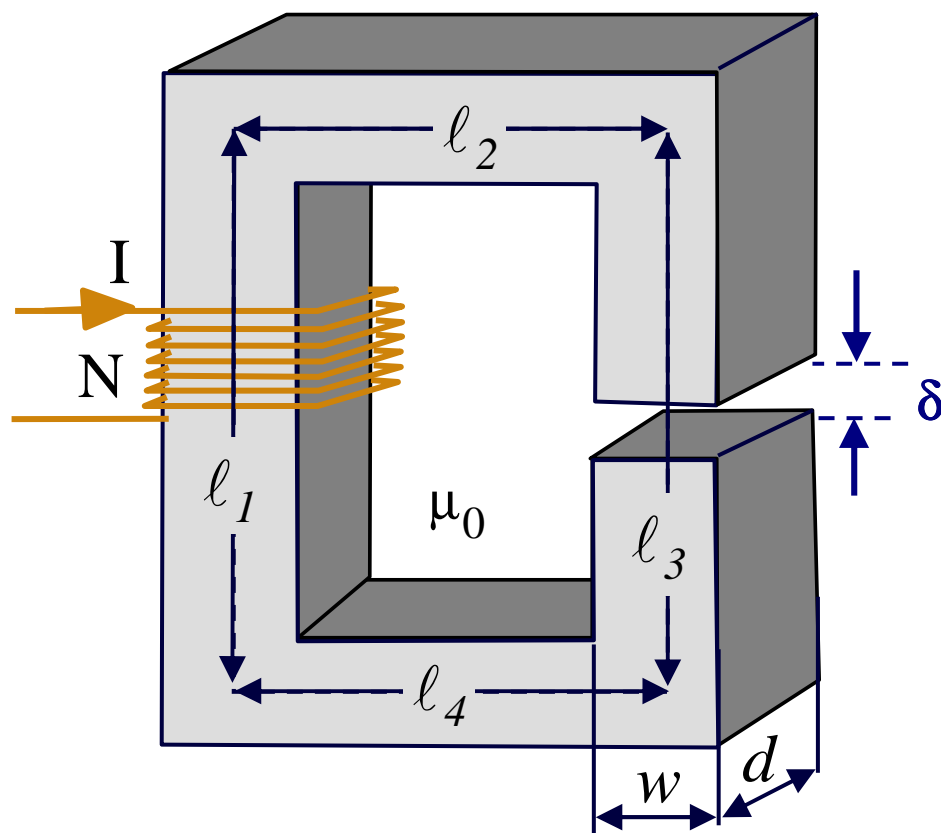


Sintesi di un circuito magnetico “serie”



Per il circuito magnetico in figura si vuole affrontare il problema di sintesi.

Supponiamo che il nucleo sia costituito da un unico materiale ferromagnetico.



Sono assegnati:

- il valore del flusso al traferro Φ_d

- le dimensioni geometriche

$$\delta \quad l_k \quad (k = 1, 4), w, d, \delta$$

- le caratteristiche fisiche (caratteristica del materiale, *fattore di stipamento* F_s e numero di spire N dell'avvolgimento).

➤ **Si vuole determinare la corrente I per ottenere il valore di flusso assegnato.**

I passi della procedura di calcolo sono i seguenti:

- 1. Dal valore del flusso al traferro si ottiene il valore dell'induzione B_δ :**

$$B_\delta = \frac{\Phi_\delta}{\alpha w d F_s}$$

Il coefficiente $\alpha > 1$ tiene conto degli eventuali effetti di bordo.

- 2. Noto B_δ si determina la f.m.m. relativa al tratto di traferro:**

$$\Theta_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta$$

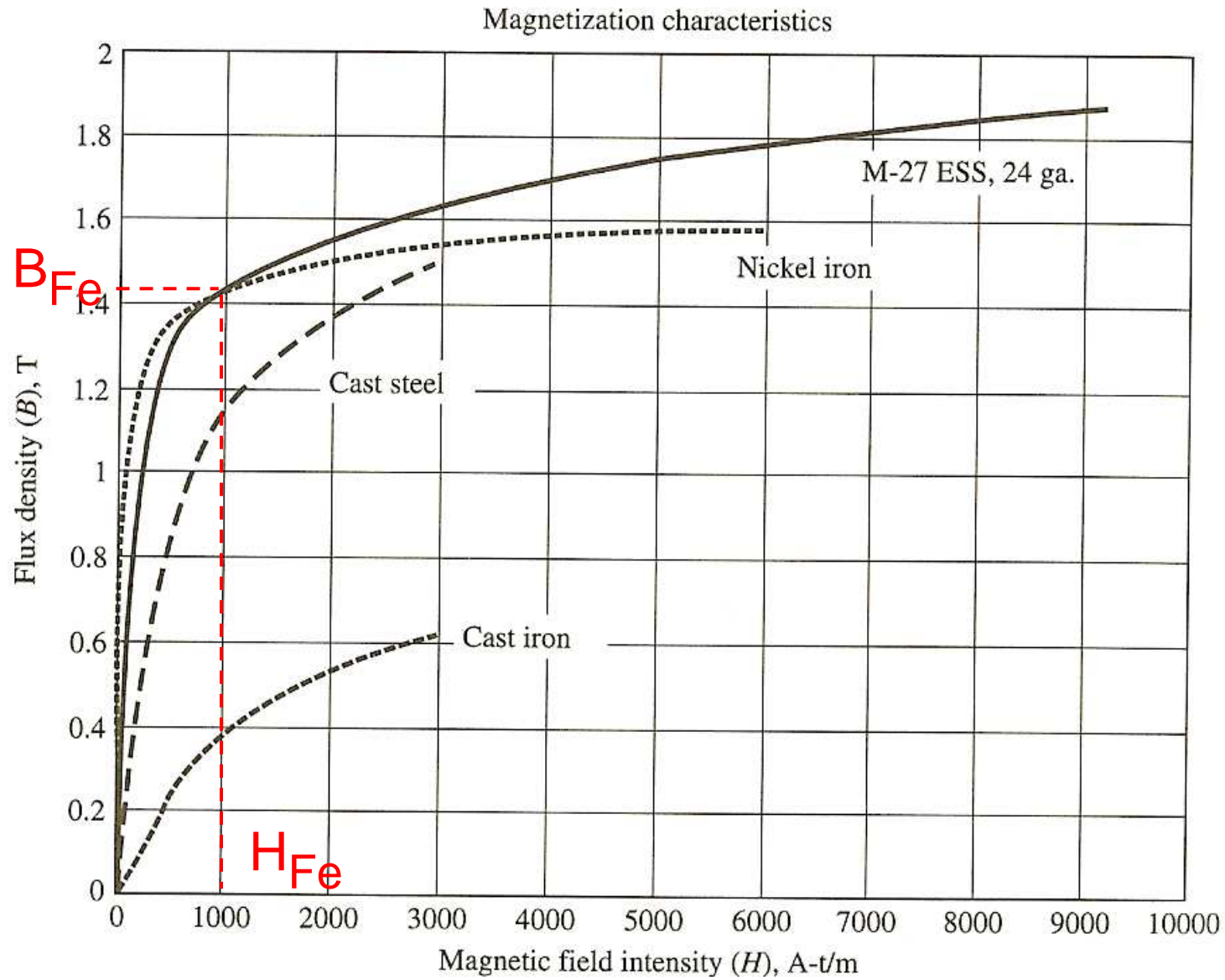


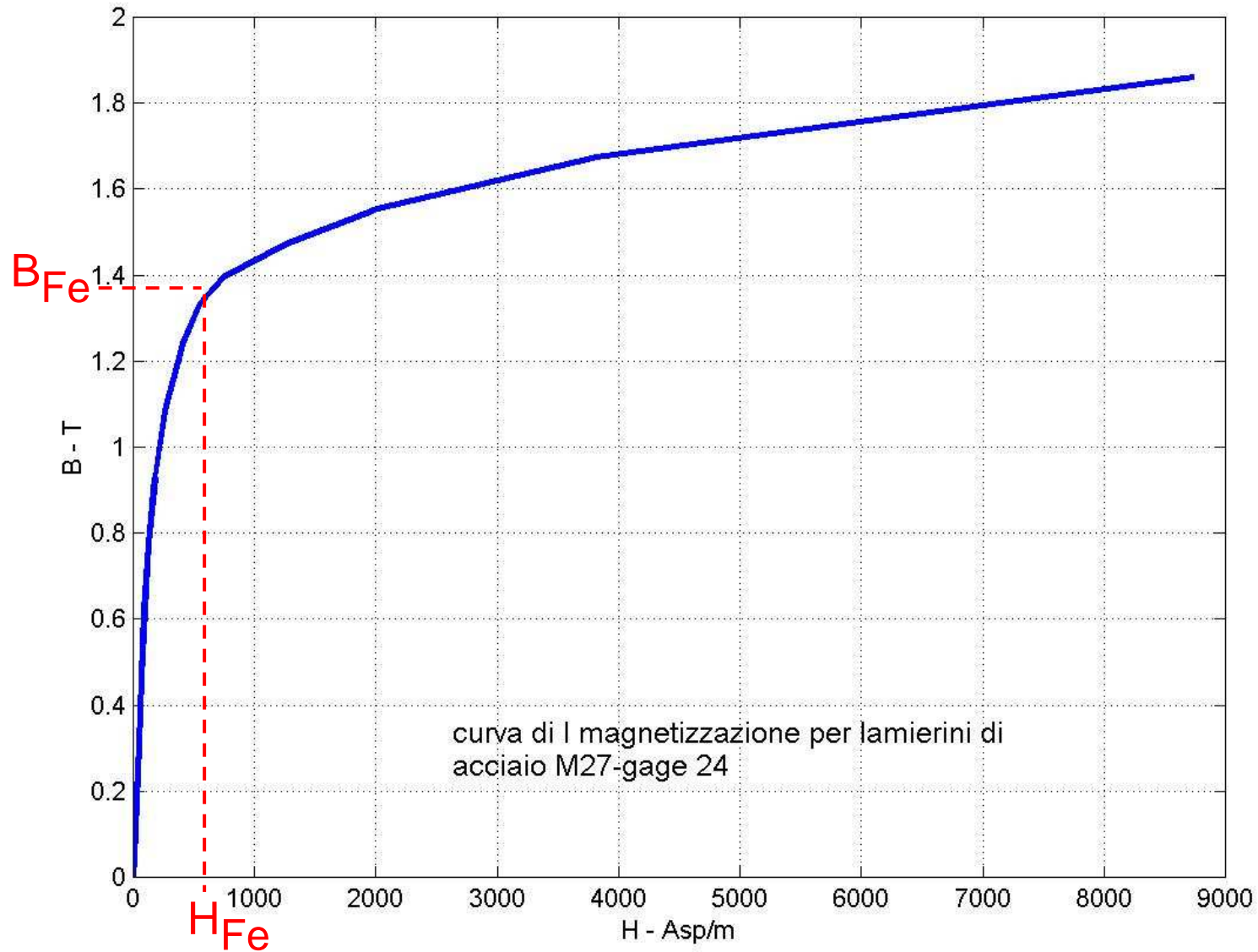
Essendo la sezione del circuito costante, dal valore della induzione al traferro si ottiene il valore della induzione nel ferro:

$$B_{Fe} = B_{\delta}$$

3. Con il valore dell'induzione nel ferro, B_{Fe} , si entra sulla caratteristica del materiale ferromagnetico e si determina il corrispondente valore di H_{Fe} .







4. Utilizzando il valore così determinato si può calcolare la f.m.m. relativa al tratto di ferro:

$$\Theta_{Fe} = H_{Fe} (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 - \delta)$$

La f.m.m. totale risulta pertanto:

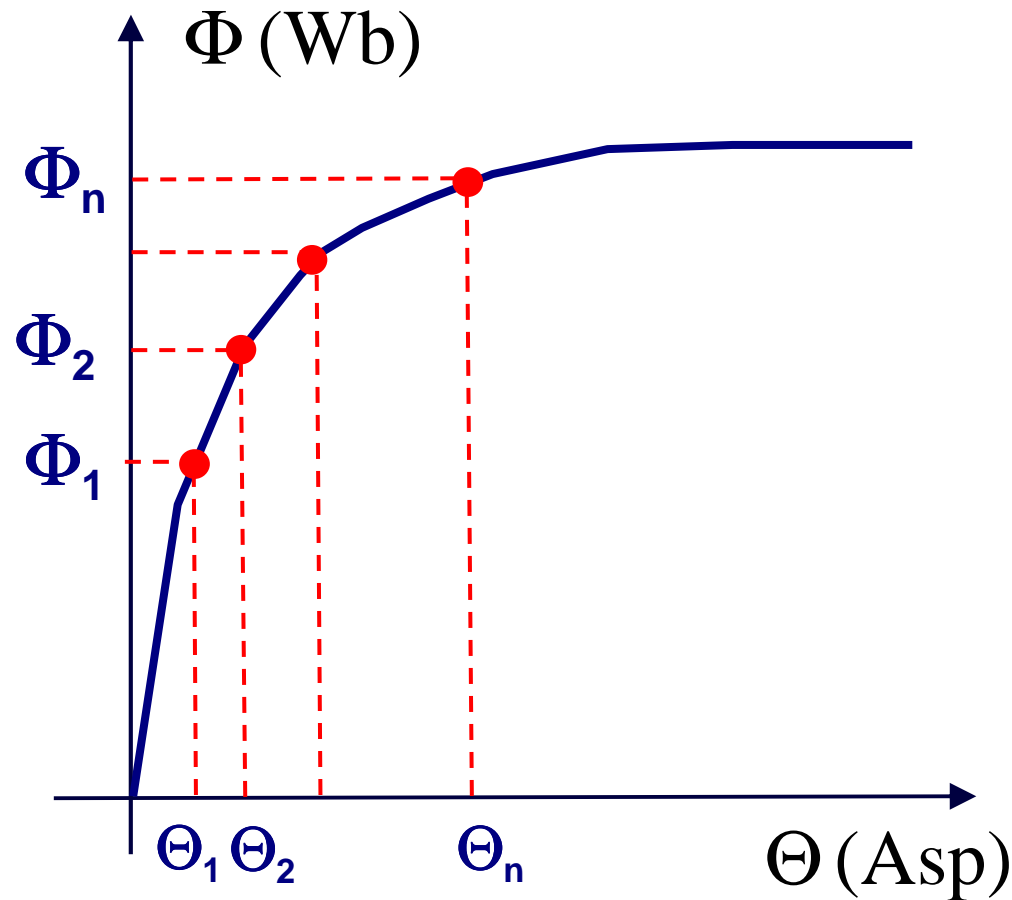
$$\Theta_{tot} = \Theta_{\delta} + \Theta_{Fe}$$

5. Dal valore così ottenuto, noto il numero di spire dell'avvolgimento si ottiene la corrente richiesta.

$$I = \frac{\Theta_{tot}}{N}$$



Effettuando il calcolo a partire da diversi valori del flusso al traferro Φ_k ($k=1,2,\dots,n$) è possibile costruire per punti la **curva di magnetizzazione (Φ vs. Θ) del circuito magnetico in esame.**



Problema di analisi

Data la f.m.m. e le caratteristiche fisiche e geometriche dei diversi tronchi, occorre determinare il flusso.

Si possono utilizzare metodi (di tipo grafico) o metodi numerici.

I metodi grafici sono:

- costruzione della curva di magnetizzazione del circuito;
- retta di carico



Costruzione della curva di magnetizzazione

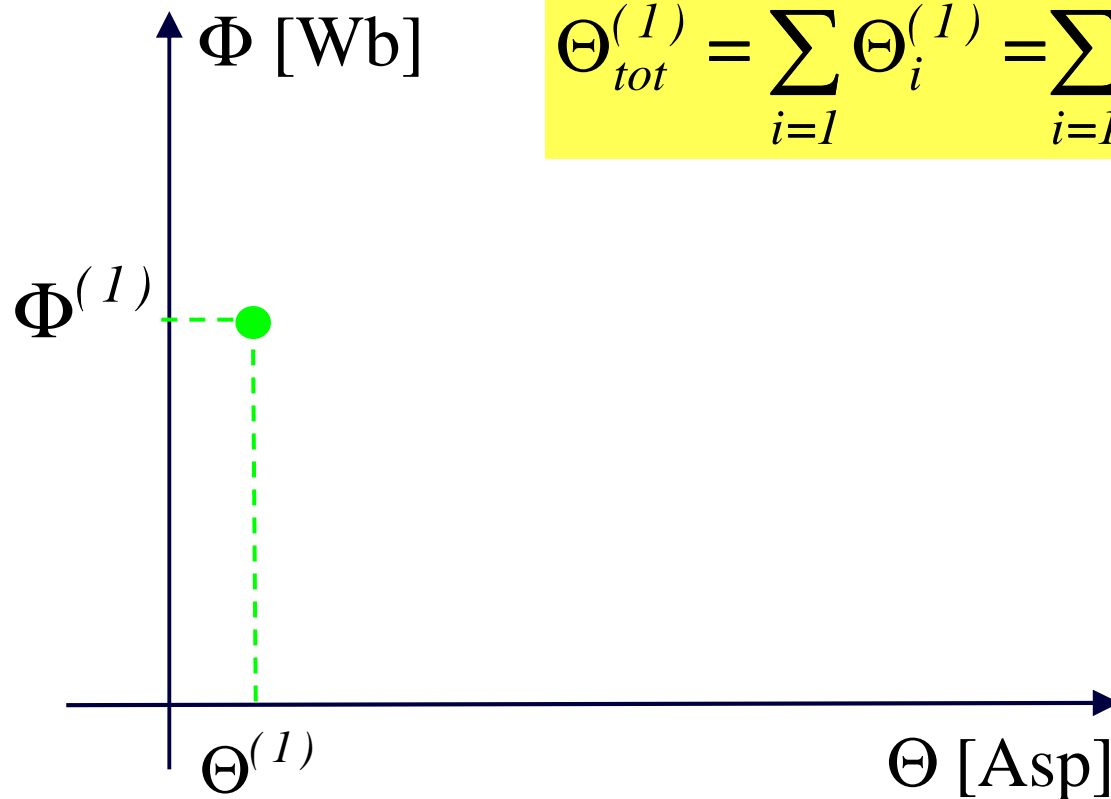
- La curva di magnetizzazione si ottiene per interpolazione
- Si fissa un valore di induzione $B_j^{(1)}$ in uno dei tronchi del circuito (tronco i -esimo),
- Poiché il flusso Φ è costante in tutti i tronchi, è possibile ricavare il valore dell'induzione nel tronco j -esimo (con $j \neq i$) attraverso la relazione:

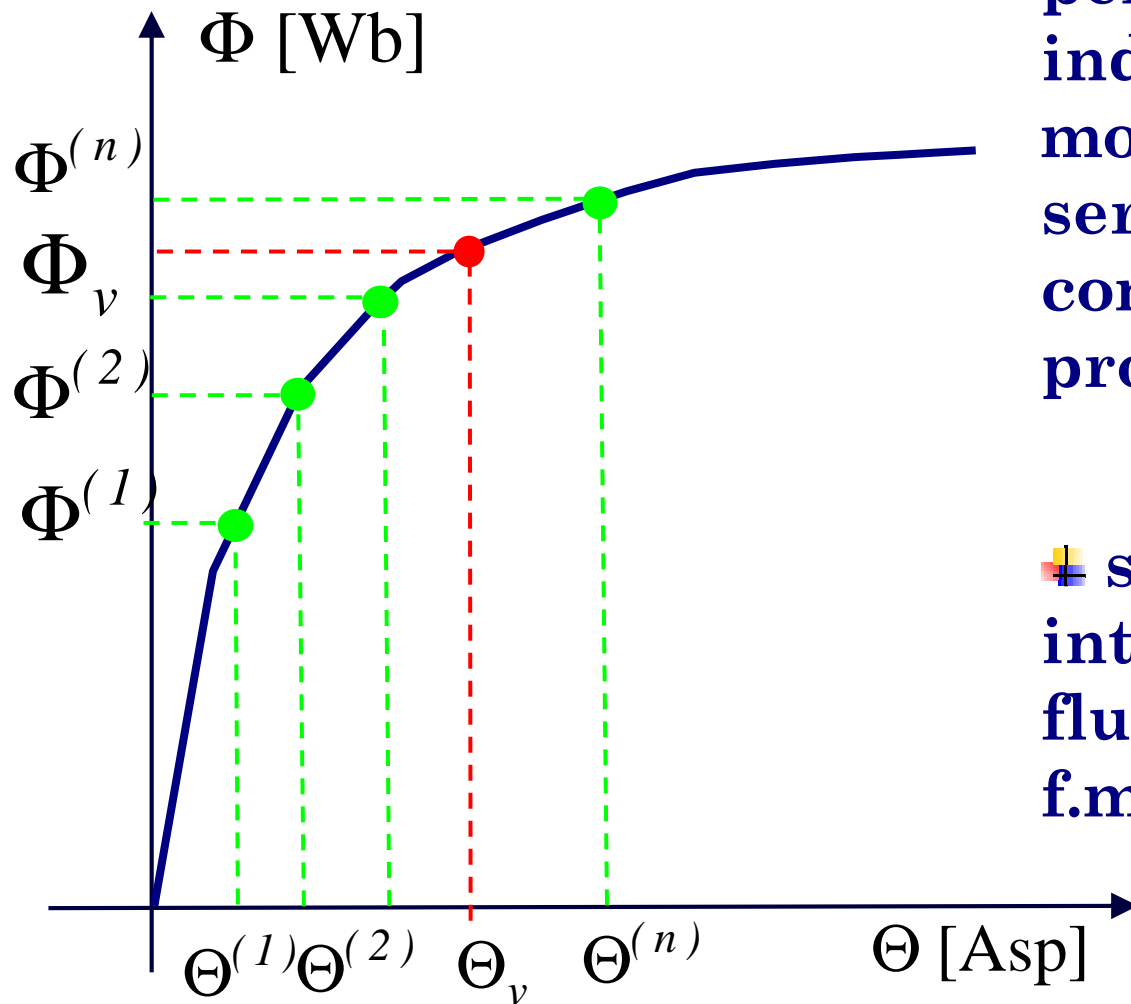
$$B_j^{(1)} = \frac{\Phi^{(1)}}{S_j} = B_i^{(1)} \frac{S_i}{S_j}$$



⚡ Dalle caratteristiche non lineari dei materiali si ricavano i valori del campo magnetico nei diversi tronchi del circuito e quindi la f.m.m. totale:

$$\Theta_{tot}^{(1)} = \sum_{i=1}^N \Theta_i^{(1)} = \sum_{i=1}^N H_i^{(1)} l_i$$



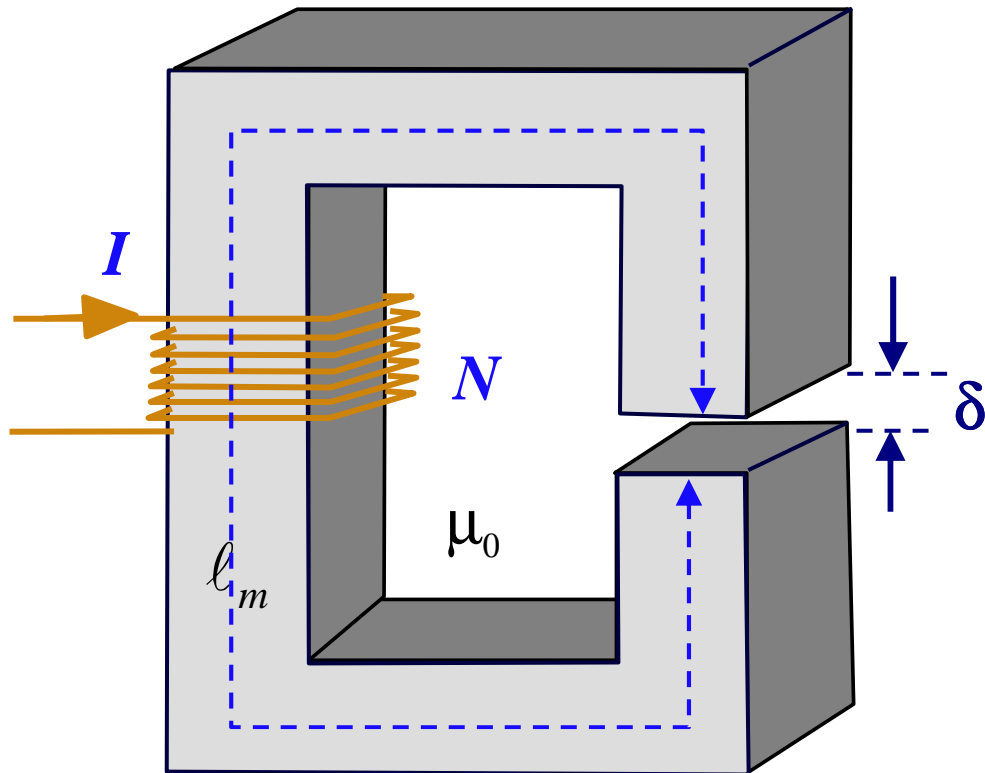


■ Si ripete il procedimento per una serie di valori di induzione $B^{(k)}$, scelti in modo tale da ottenere una serie di valori di f.m.m. che comprenda quella data dal problema;

■ si traccia la curva interpolante che fornisce il flusso in funzione della f.m.m. totale.



Costruzione della retta di carico



- La f.m.m. totale può essere espressa come:

$$NI = H_{\delta} \delta + H_m \ell_m$$

dove:

$$\ell_m = \sum_1^4 \ell_k - \delta$$

- La forza magnetica relativa al traferro, H_{δ} , può essere espressa come:

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0}$$

- ✚ Ricordando che, se si trascurano gli effetti di bordo al traferro, si ha:

$$B_m = B_\delta$$

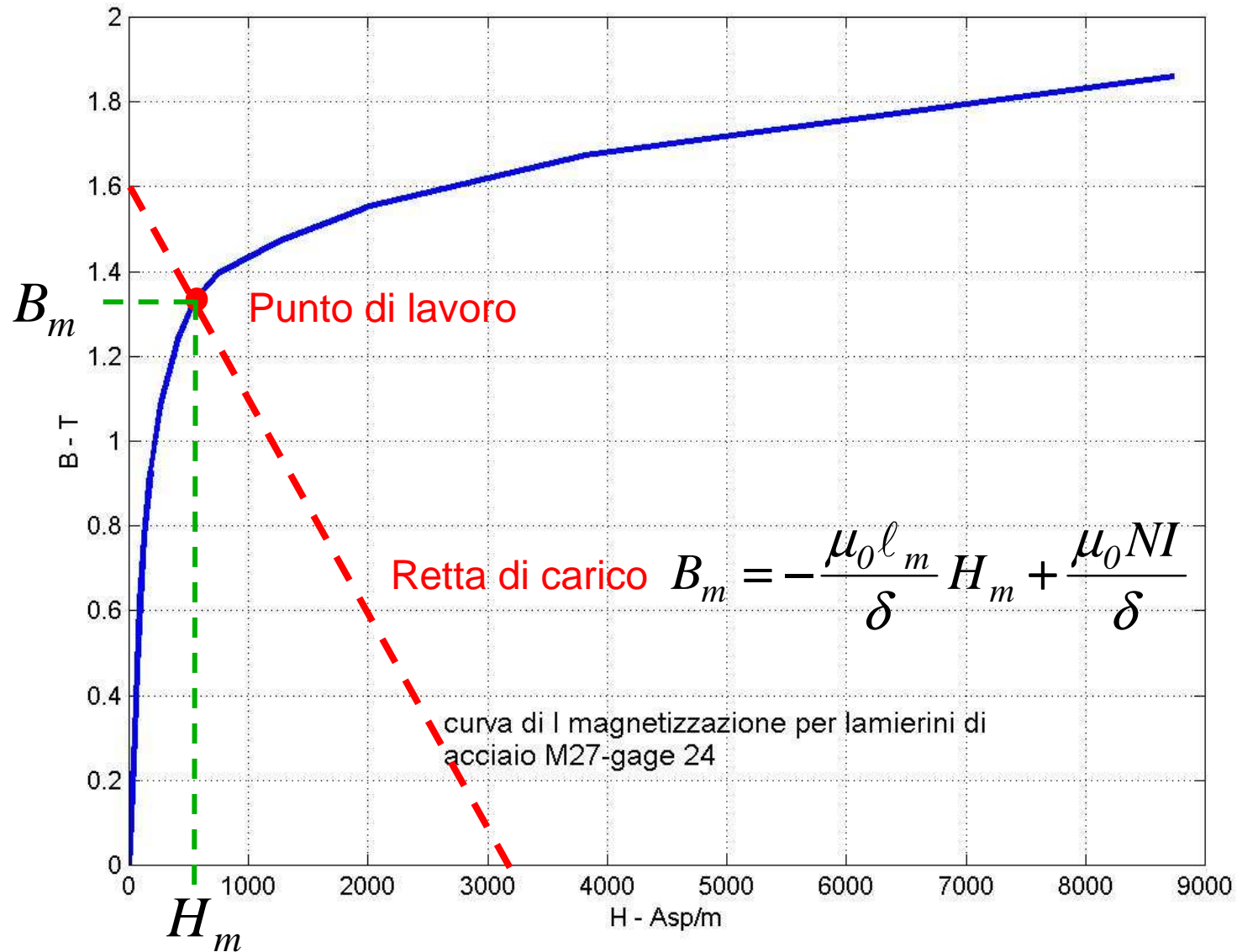
- ✚ Il valore della induzione nel ferro, può essere ricavato come:

$$B_m = -\frac{\mu_0 \ell_m}{\delta} H_m + \frac{\mu_0 NI}{\delta}$$

Questa espressione rappresenta l'equazione di una retta sul piano H_m, B_m

L'intersezione della retta con la curva di magnetizzazione del materiale magnetico fornisce il valore della induzione richiesta.

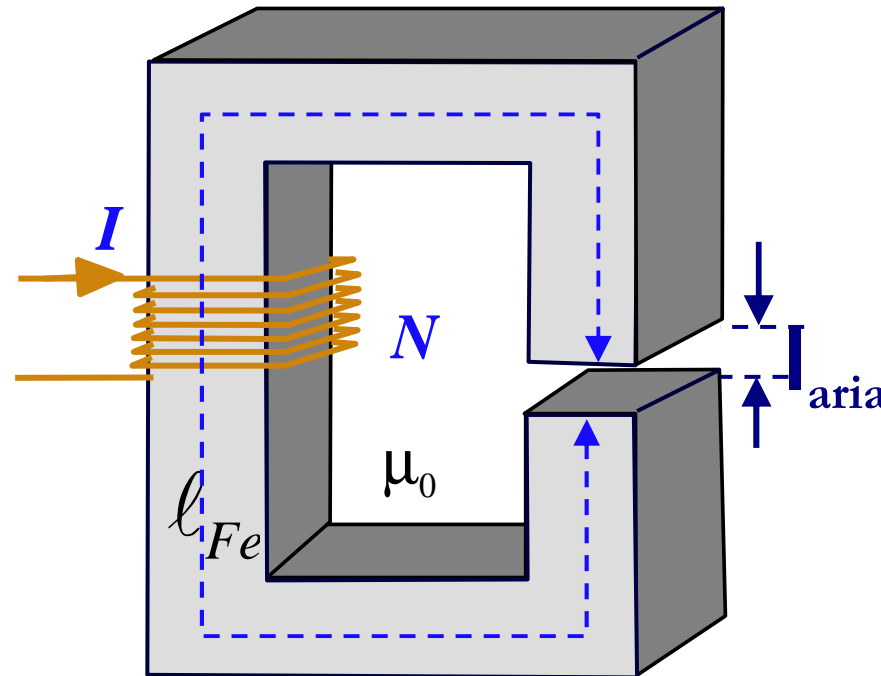




Analisi non lineare

- ❖ $l_{\text{aria}} = 0.698 \text{ mm}$
- ❖ $l_{\text{Fe}} = 10 \text{ cm}$
- ❖ $I = 10 \text{ A}$
- ❖ $N = 100$

- ❖ $B_{\text{fe}} = ?$



Si consideri la seguente caratteristica non lineare del materiale:

$$H_{\text{fe}}(B_{\text{fe}}) = 129.5 \cdot B_{\text{fe}} + 76.1 \cdot B_{\text{fe}} \cdot \exp(1.26 \cdot B_{\text{fe}}^2)$$

Analisi grafica (1/2)

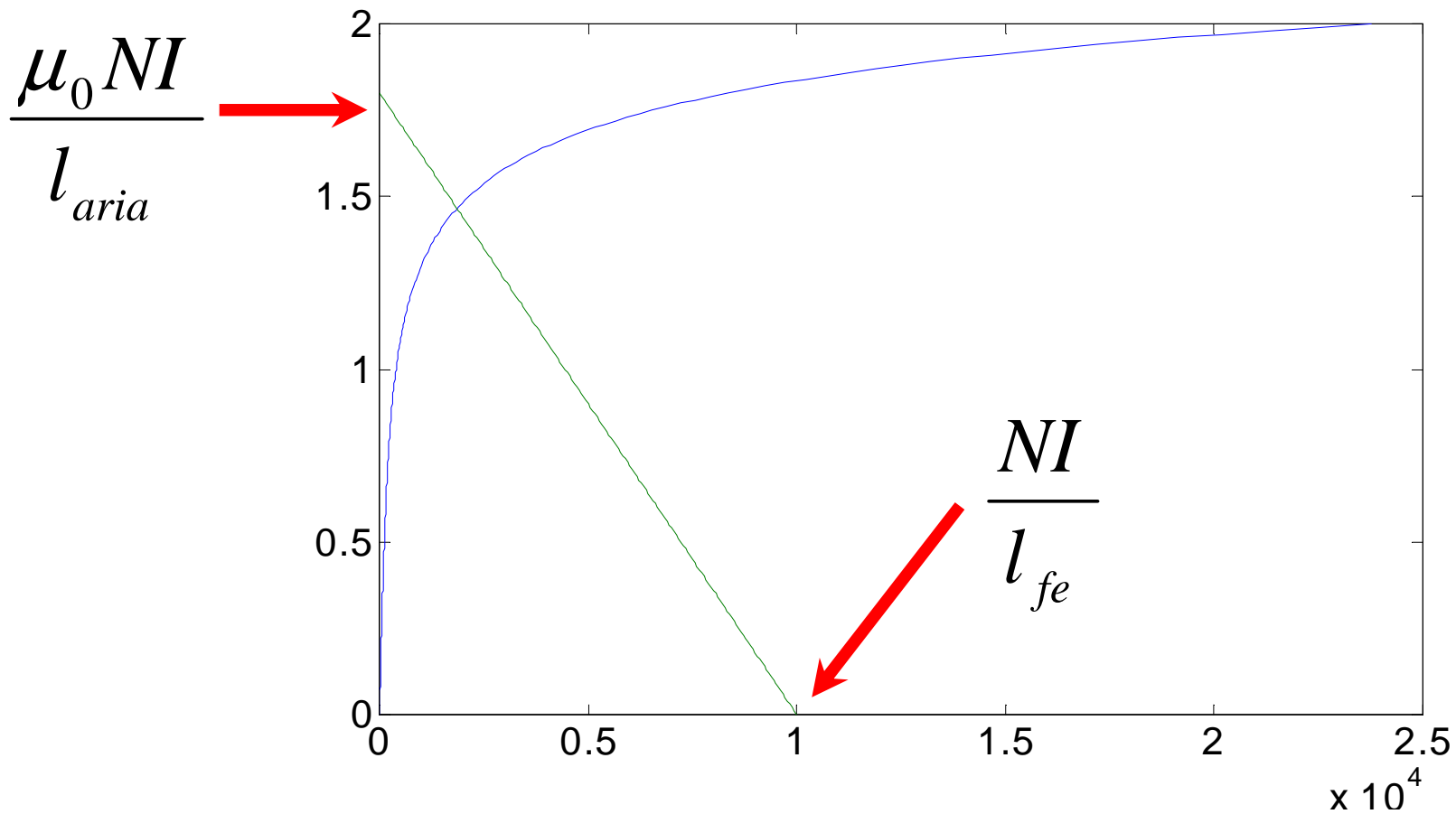
$$H_{fe} l_{fe} + H_{aria} l_{aria} = H_{fe} l_{fe} + \frac{B_{fe}}{\mu_0} l_{aria} = NI$$

$$B_{fe} = \frac{\mu_0 NI}{l_{aria}} - H_{fe} \frac{\mu_0 l_{fe}}{l_{aria}}$$

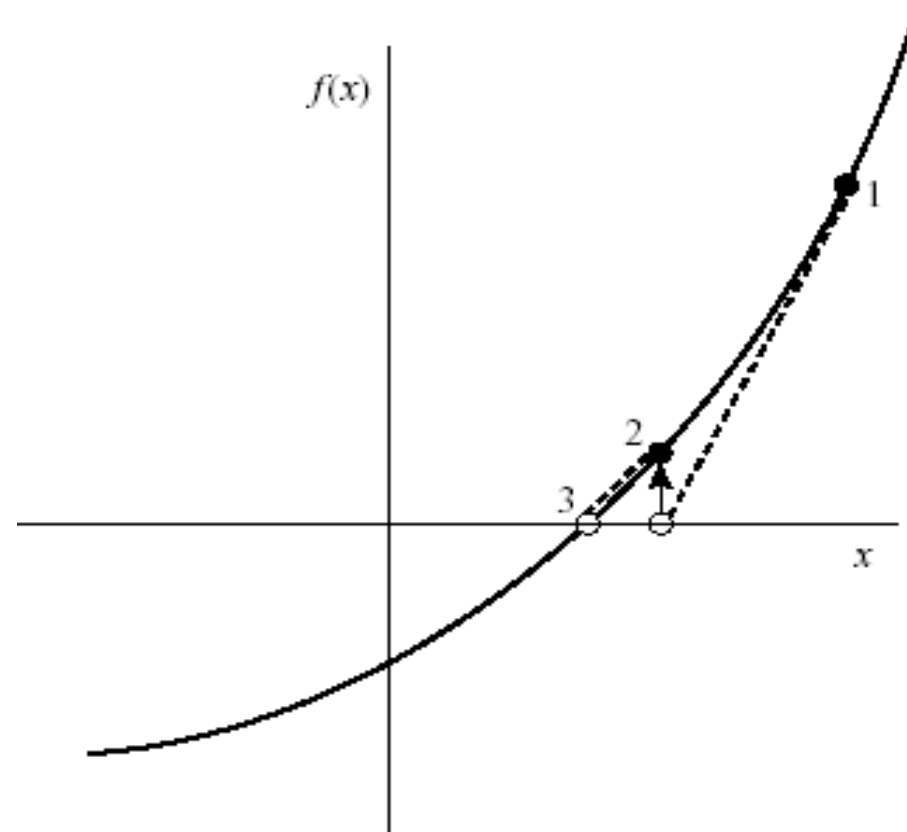
$$H_{fe} = \frac{NI}{l_{fe}} - B_{fe} \frac{l_{aria}}{\mu_0 l_{fe}}$$



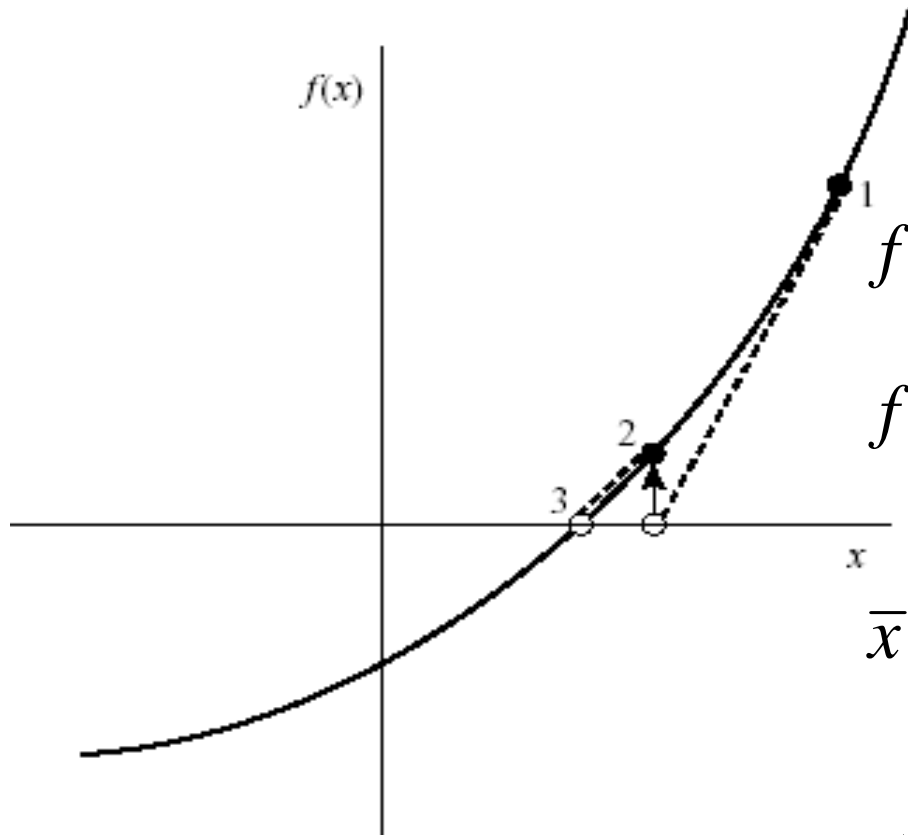
Analisi grafica (2/2)



Newton-Raphson



Newton-Raphson



$$f(\bar{x}) = 0$$

$$f(\bar{x}) = f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} \cdot (\bar{x} - x_0) = 0$$

$$\bar{x} = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \rightarrow x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$\Delta = \frac{|x_{k+1} - x_k|}{x_k}$$



Applicazione ai circuiti magnetici

$$H_{fe}(B_{fe}) = 129.5 \cdot B_{fe} + 76.1 \cdot B_{fe} \cdot e^{1.26 \cdot B_{fe}^2}$$

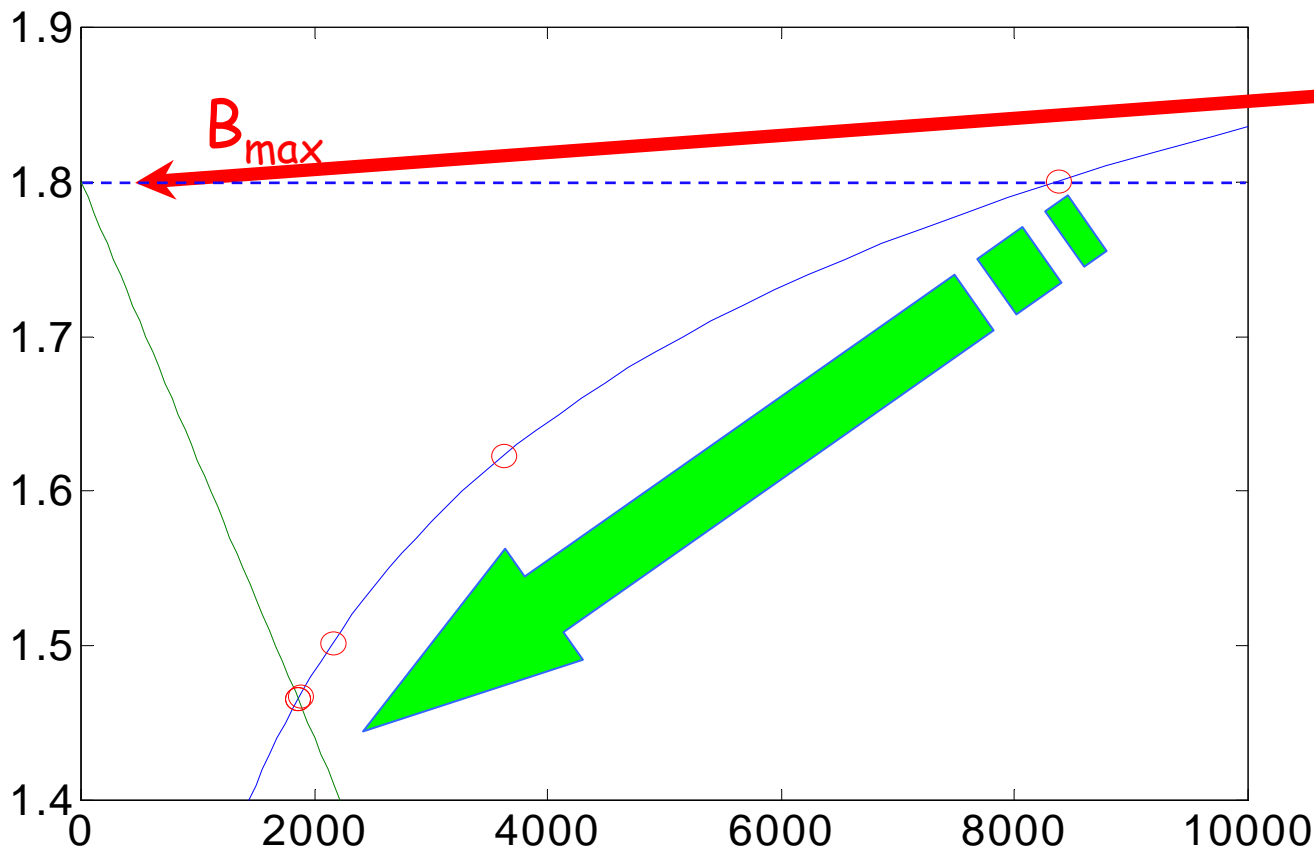
$$H_{fe} = \frac{NI}{l_{fe}} - B_{fe} \frac{l_{aria}}{\mu_0 l_{fe}}$$



$$\left(-\frac{NI}{l_{fe}} + B_{fe} \frac{l_{aria}}{\mu_0 l_{fe}} \right) + \left(129.5 \cdot B_{fe} + 76.1 \cdot B_{fe} \cdot e^{1.26 \cdot B_{fe}^2} \right) = 0$$



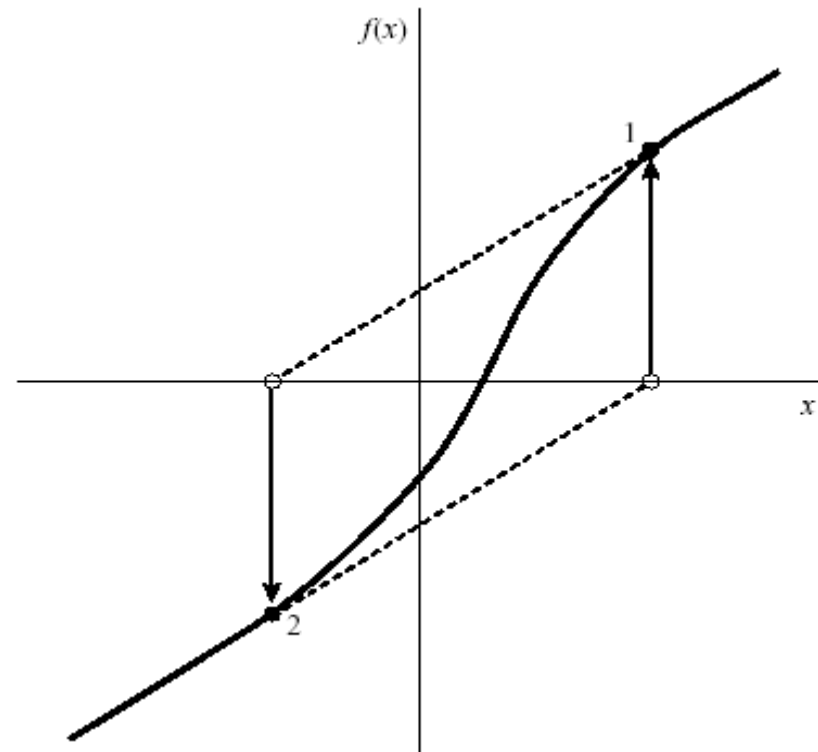
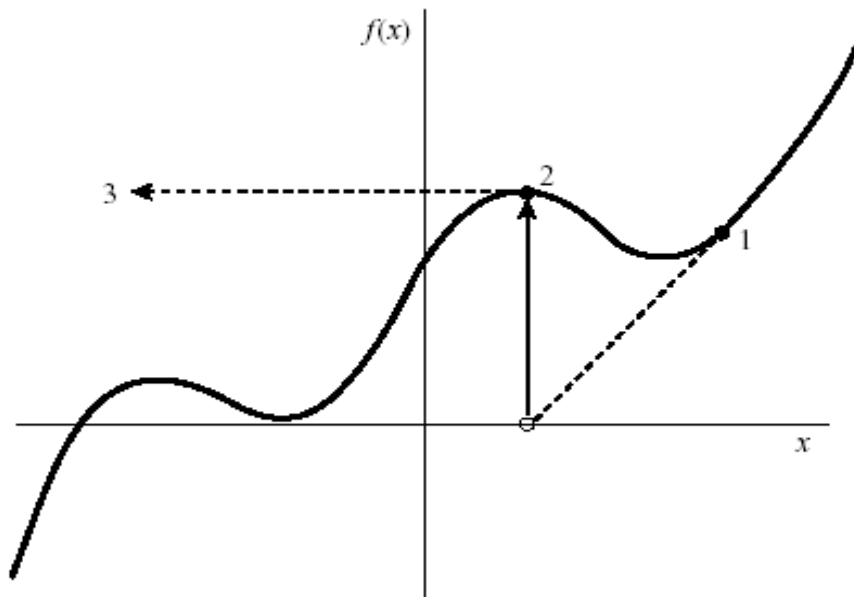
Il processo iterativo



$B(k)$	Δ
1.8003	1.0000e2
1.6231	9.8449e-2
1.5022	7.4499e-2
1.4676	2.3039e-2
1.4656	1.3748e-3
1.4655	1.0181e-5



Limiti della tecnica N-R



MAGNETI PERMANENTI

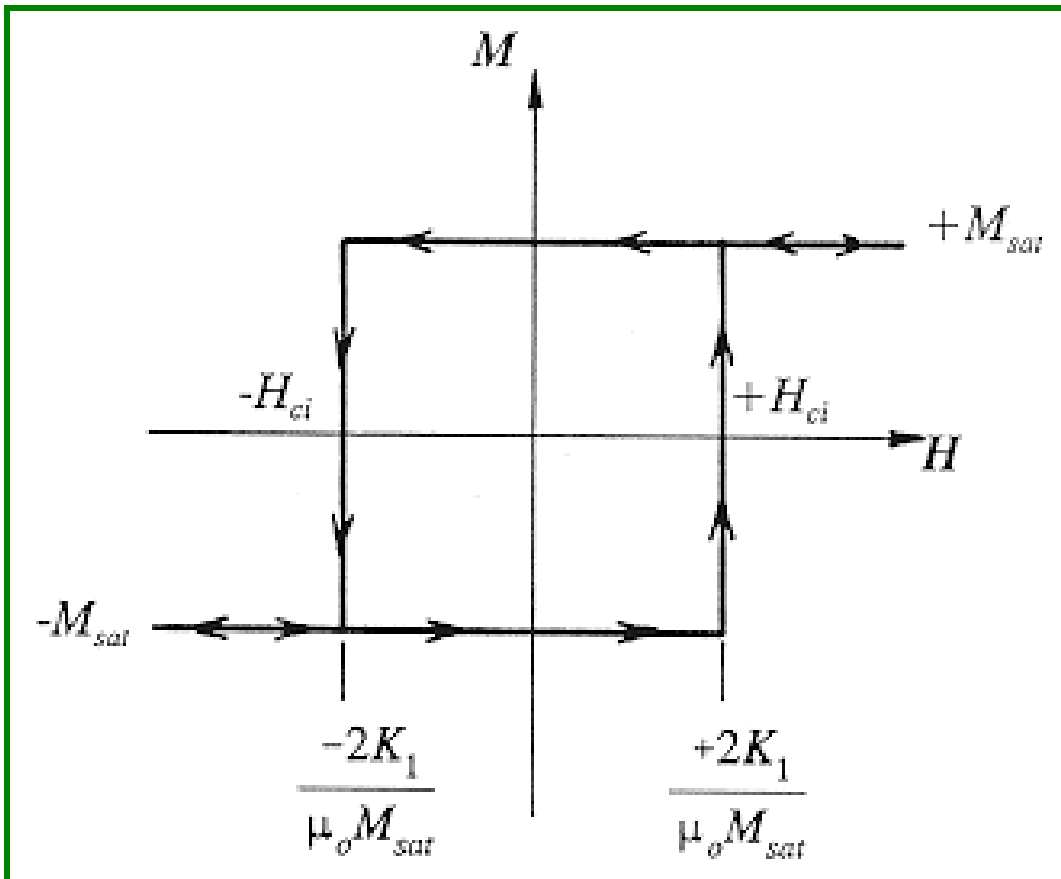
- Per costruire magneti permanenti è necessario impiegare materiali ferromagnetici duri.
- Occorre disporre di forza coercitiva H_c ed induzione residua B_r elevate.

Table 1
Comparison of key characteristics of commercially available magnetic materials

Characteristic	Ceramic	Alnico	Bonded Nd-Fe-B	Sm-Co	Nd-Fe-B
Highest energy product BH_{max} (kJm^{-3})	32	59	79	254	382
Maximum operating temperature ($^{\circ}\text{C}$)	300	550	150	300	150
Resistance to demagnetization	Moderate	Low	High	Very high	High
Corrosion resistance [uncoated]	Excellent	Excellent	Good	Good	Poor
Mechanical toughness	Moderate	Tough	Moderate	Very brittle	Brittle
Relative cost	Very low	Moderate	High	Very high	High



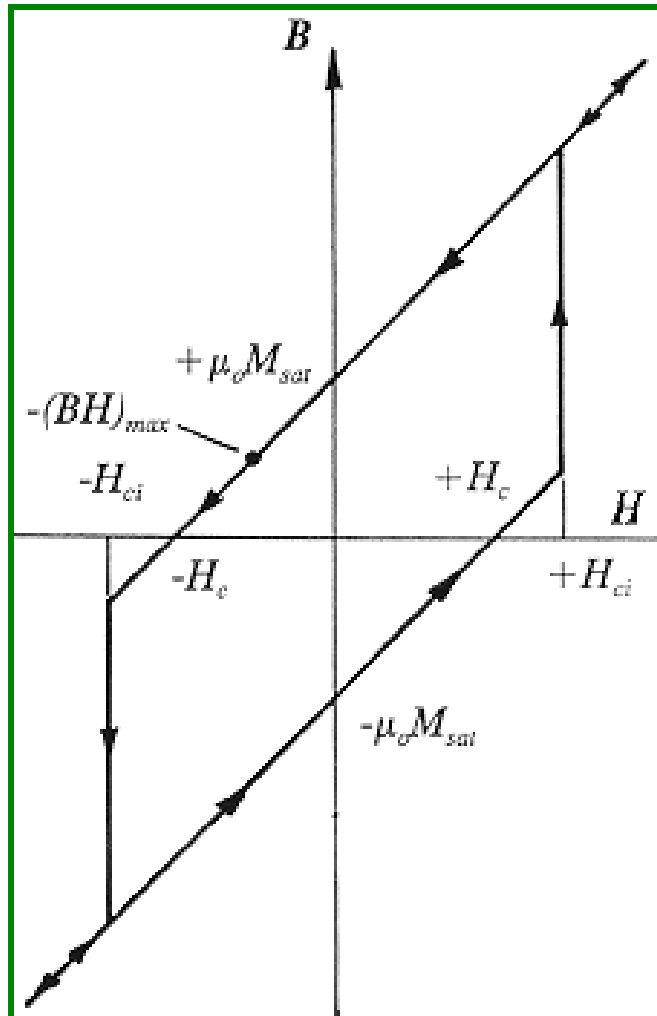
MAGNETIZZAZIONE INTRINSECA



Un magnete ideale completamente magnetizzato mantiene una magnetizzazione $+M_{sat}$ fino a che non viene applicato un campo magnetico di ampiezza $-H_{ci}$ (campo coercitivo), in corrispondenza del quale la magnetizzazione si inverte e diventa $-M_{sat}$.

Il ciclo descritto da **M vs H** si chiama ciclo della magnetizzazione intrinseca del materiale

MAGNETIZZAZIONE NORMALE



La magnetizzazione M fornisce la forza magnetizzante H che determina la densità di flusso B :

$$B = \mu_0 (H + M)$$

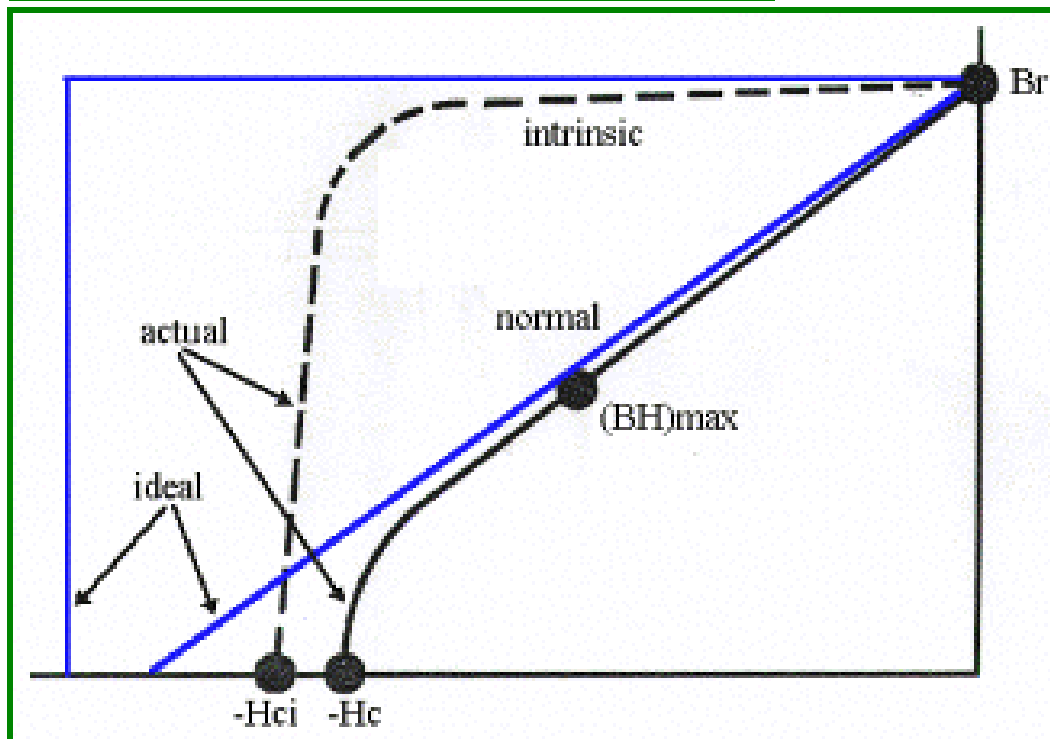
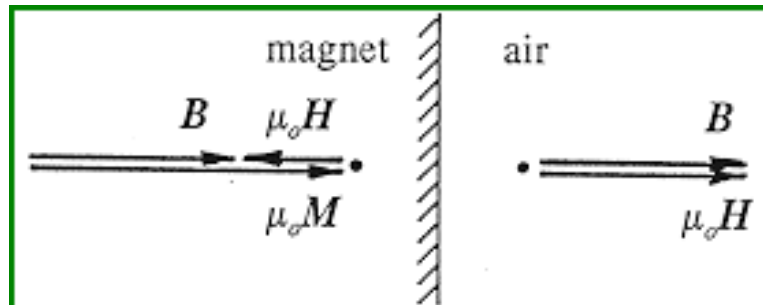
Da questa relazione è possibile ottenere la caratteristica di “magnetizzazione normale” B vs. H più idonea ai fini del progetto di un magnete.

La pendenza della curva normale B vs. H per $-H_{ci} < H < +H_{ci}$ risulta:

$$dB/dH = \mu_0,$$



Caratteristica di demagnetizzazione reale

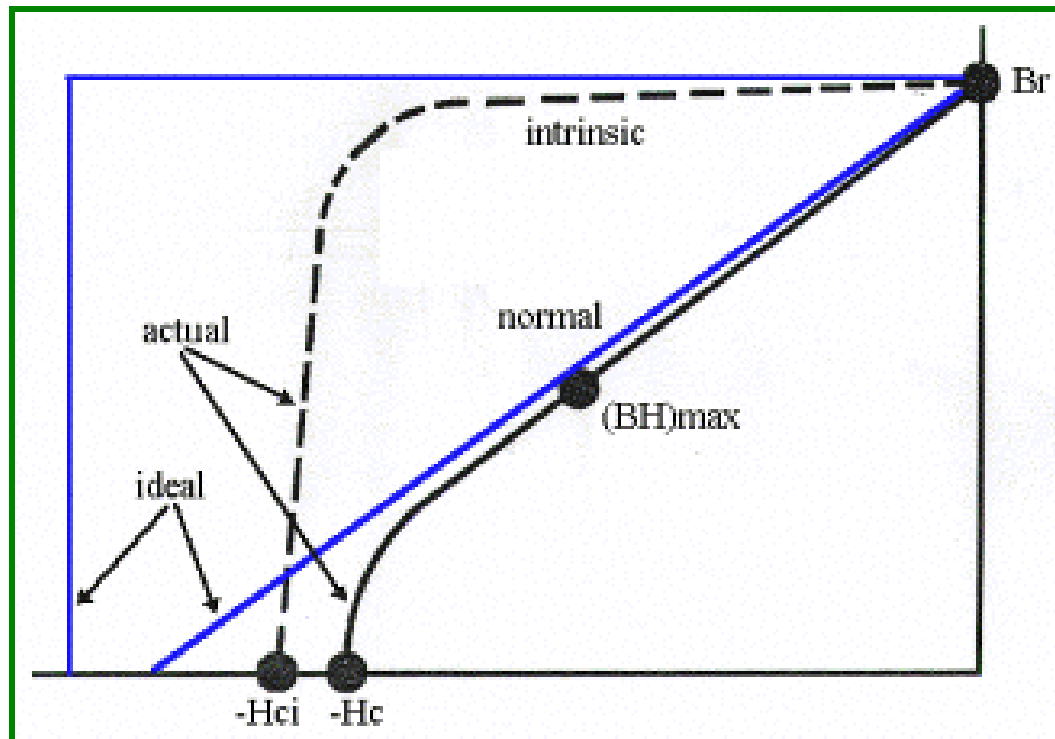


In un materiale reale non si ha una brusca transizione nella caratteristica intrinseca in corrispondenza del campo coercitivo, ma si ha una graduale transizione della magnetizzazione: la caratteristica esibisce un “ginocchio”.

La caratteristica normale esibisce un analogo comportamento.



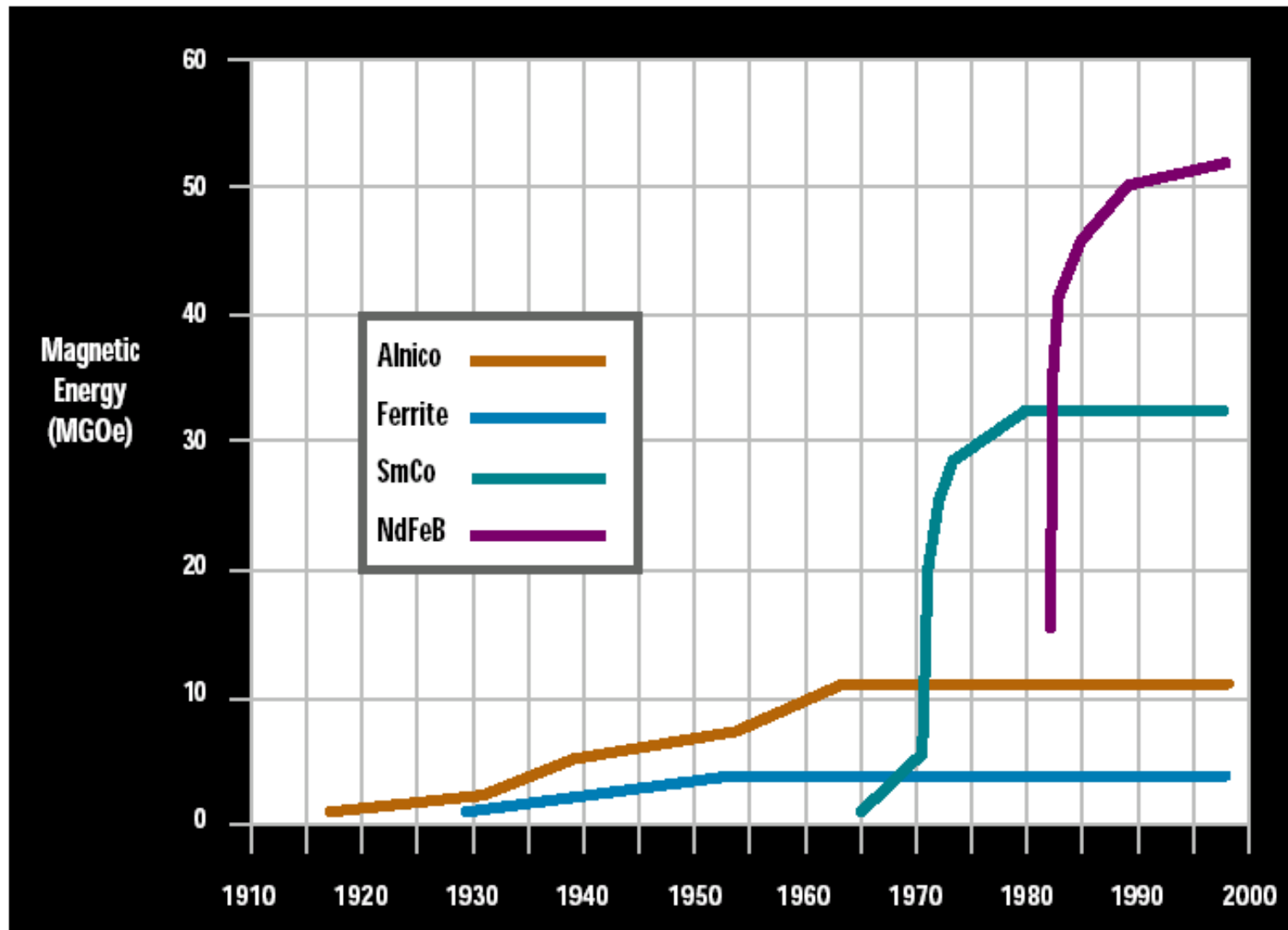
Proprietà di interesse applicativo



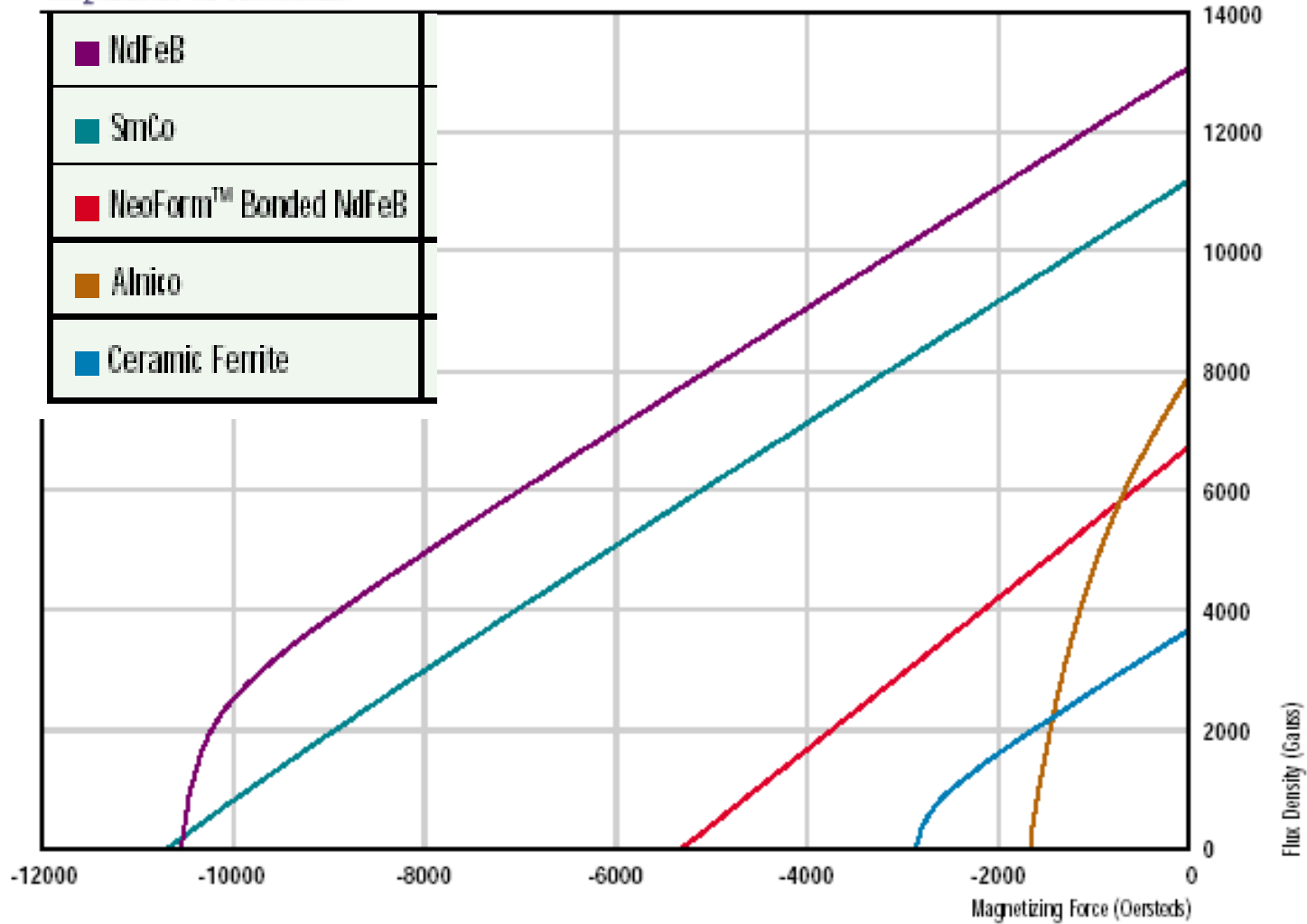
- Induzione residua (remanence) B_r
- Campo coercitivo H_c
- Max energia magnetica $(BH)_{max}$ coppia di valori di B e H nel secondo quadrante per cui il prodotto è massimo)



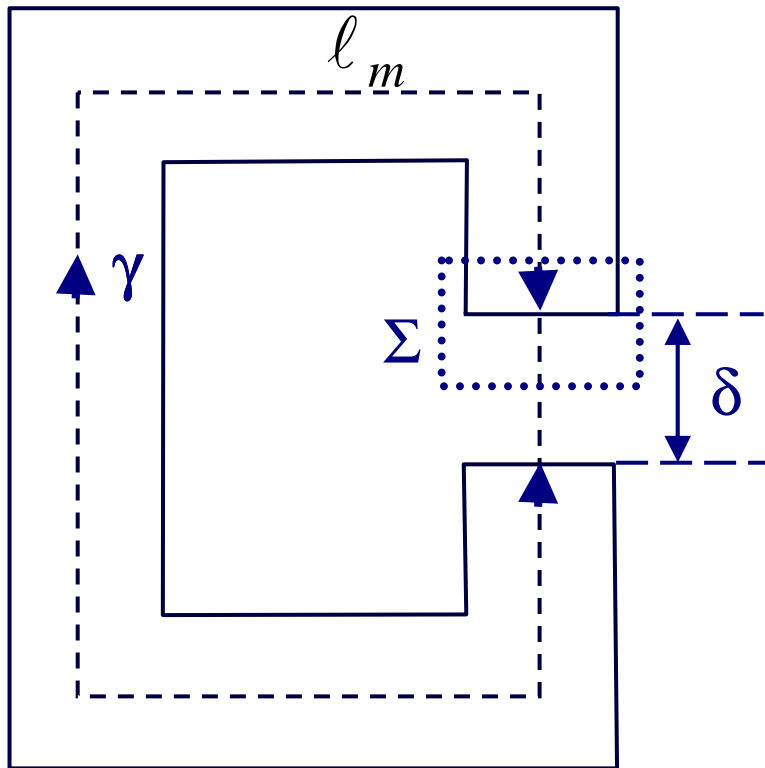
Advances in Magnetic Materials



Comparison of Materials



In un magnete permanente si ha:



$$\oint_{\gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow H_m \ell_m = -H_0 \delta$$

$$\oiint_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \Rightarrow B_m S_m = B_0 S_0$$

$$B_0 = \frac{S_m}{S_0} B_m = \alpha B_m \quad \alpha < 1$$

Nota l'induzione al traferro B_0 , e quindi H_0 , si può determinare il valore del campo nel magnete:

$$H_m = -H_0 \frac{\delta}{\ell_m}$$

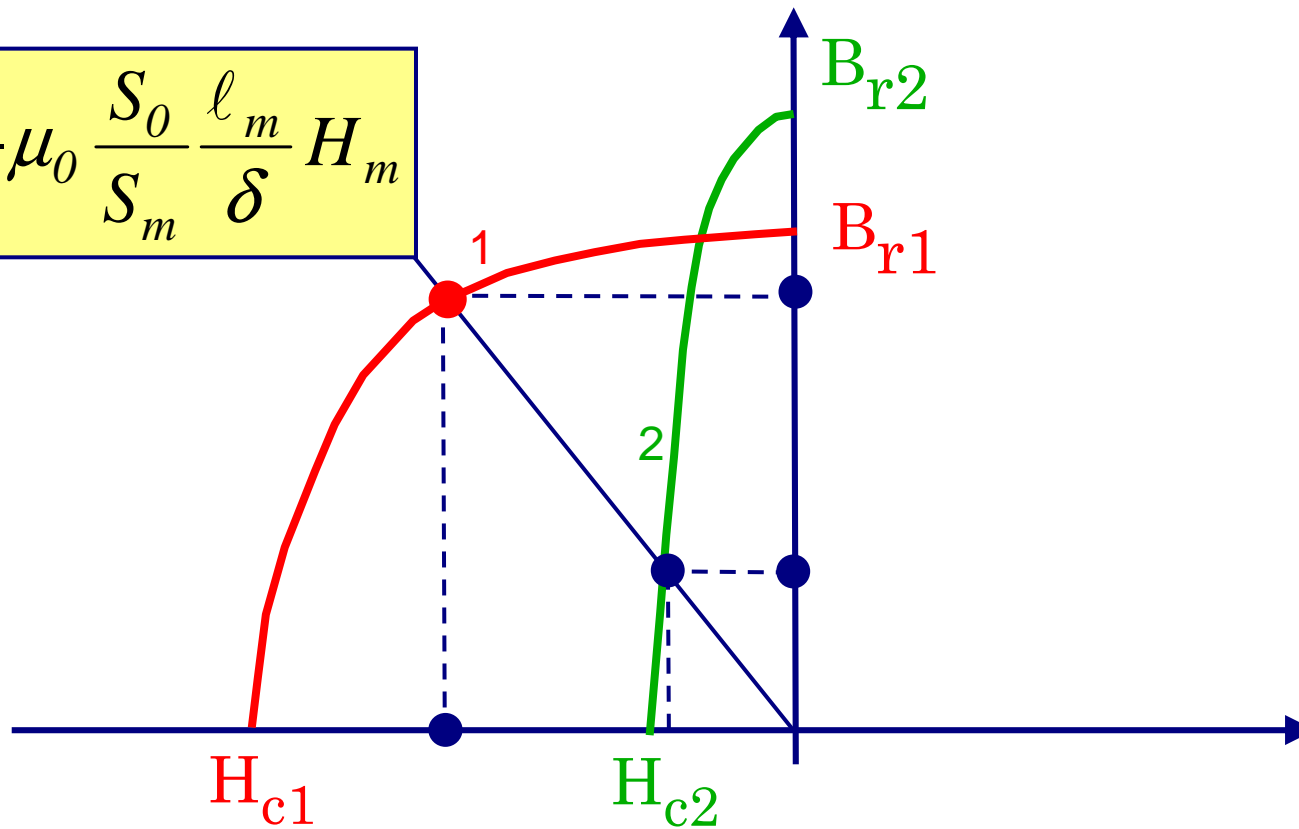
$$B_0 = \frac{S_m}{S_0} B_m = \alpha B_m \quad \alpha < 1$$

$$H_m = -\frac{1}{\mu_0} \frac{S_m}{S_0} \frac{\delta}{\ell_m} B_m \rightarrow B_m = -\mu_0 \frac{S_0}{S_m} \frac{\ell_m}{\delta} H_m$$

Si tratta di una retta nel piano (H_m, B_m) la cui intersezione con la caratteristica del materiale magnetico definisce il punto di lavoro del magnete.



$$B_m = -\mu_0 \frac{S_0}{S_m} \frac{\ell_m}{\delta} H_m$$



Una misura della efficienza di un magnete è il valore massimo dell'energia disponibile al traferro:

$$W_m = \frac{1}{2} a V_m B_m H_m$$

A PARITÀ DI ENERGIA SI CHE IL VOLUME DEL FERRO È MINIMO QUANDO IL PRODOTTO $B_f H_f$ È MASSIMO. SI PUÒ COSÌ DETERMINARE IL PUNTO DI LAVORO PIÙ CONVENIENTE

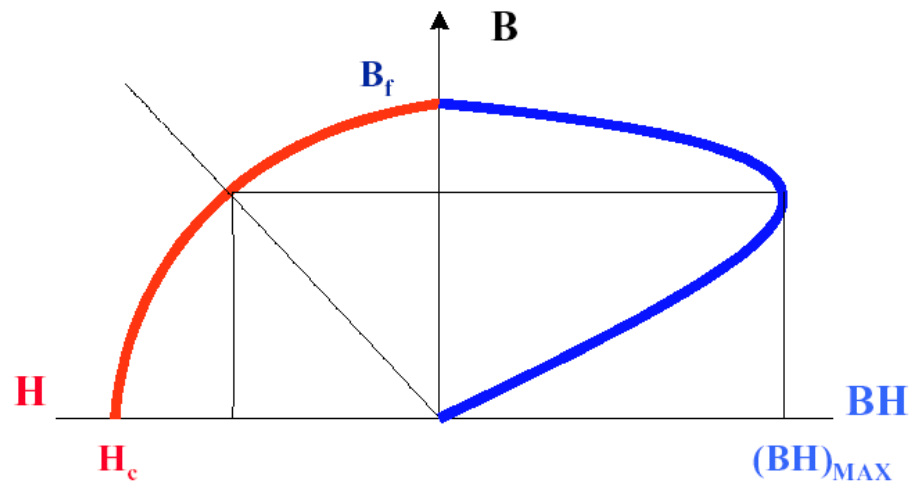


Figura 8.6 - Punto di lavoro di massima energia di un magnete permanente

